

回転体の体積を求めなさい

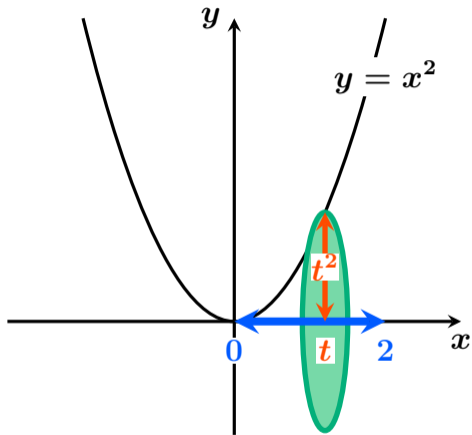
問題

$$y = x^2 \quad (0 \leq x \leq 2) \text{ を}$$

x 軸のまわりに回転させた回転体の体積をもとめなさい。

$y = x^2$ ($0 \leq x \leq 2$) を x 軸のまわりに回転した体積？

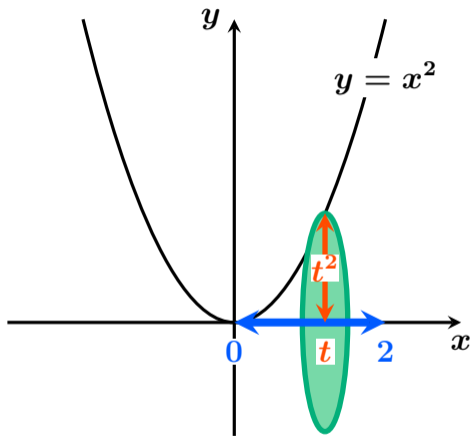
$y = x^2$ ($0 \leq x \leq 2$) を x 軸のまわりに回転した体積？



$x = t$ のとき、円の半径は t^2 になるので、円の面積は次のようになる。

$$\pi r^2 = \pi (t^2)^2 = \pi t^4$$

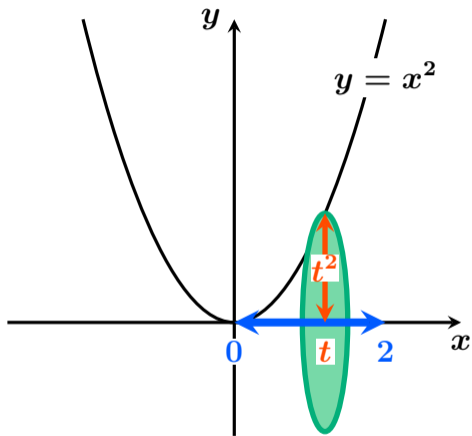
$y = x^2$ ($0 \leq x \leq 2$) を x 軸のまわりに回転した体積？



$$\pi r^2 = \pi (t^2)^2 = \pi t^4$$

これを $0 \leftrightarrow 2$ まで積分
すればよいので、回転体
の体積は

$y = x^2$ ($0 \leq x \leq 2$) を x 軸のまわりに回転した体積？



$$\pi r^2 = \pi (t^2)^2 = \pi t^4$$

これを $0 \leftrightarrow 2$ まで積分すればよいので、回転体の体積は

$$\int_0^2 \pi t^4 dt$$

$y = x^2$ ($0 \leq x \leq 2$) を x 軸のまわりに回転した体積？

$$\begin{aligned}\int_0^2 \pi t^4 dt &= \pi \int_0^2 t^4 dt \\ &= \pi \left[\frac{t^5}{5} \right]_0^2 \\ &= \pi \left(\frac{2^5}{5} - \frac{0^5}{5} \right)\end{aligned}$$

$y = x^2$ ($0 \leq x \leq 2$) を x 軸のまわりに回転した体積？

$$= \pi \left(\frac{2^5}{5} - \frac{0^5}{5} \right)$$

$$= \pi \left(\frac{32}{5} - 0 \right)$$

$$= \frac{32\pi}{5} \quad \boxed{\text{答}}$$